การศึกษาการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองของโครงข้อแข็งระนาบเหล็กด้วยวิธีการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่ง

A Study of Second-Order Elastic Analysis of Steel Planar Frames Using Applied First-Order Elastic Analysis

สุมนัส ชะนะมา[1] และ อัครวัชร เล่นวารี[2]

[1,2] ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จ.กรุงเทพฯ

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของงานนี้เป็นการศึกษาวิธีการวิเคราะห์อิลาสติดอันดับสองของโครงข้อแข็งระนาบเหล็กด้วยวิธีการคูณขยายผลจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งเพื่อหาข้อจำกัดของวิธีวิเคราะห์ดังกล่าว และการเรียนรู้เทคนิคและวิธีการใช้งานโปรแกรม SAP2000 ในส่วนแรก จะทำการทบทวนหลักการของการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยวิธีการคูณขยายผลจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งหรือวิธี B_1-B_2 ซึ่งกล่าวถึงไว้ใน Appendix 8, AISC Specification for Structural Steel Buildings 2016 รวมถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จากนั้นจะทำการวิเคราะห์อิลาสติกอันดับสองของโครงสร้างตัวอย่างด้วยวิธี B_1-B_2 และโปรแกรม SAP2000 โดยพิจารณาคุณลักษณะเชิงเรขาคณิตของโครงสร้าง ชั้นอ่อนของโครงสร้าง ชนิดแรงตามแนวแกนของชิ้นส่วน และขนาดของแรงอัดในชิ้นส่วน การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ด้วยวิธี B_1-B_2 กับโปรแกรม SAP2000 แสดงให้เห็นถึงข้อได้เปรียบและข้อจำกัดบางประการในการนำไปใช้งานซึ่งพบว่าค่าแรงตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดอันดับสองจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยวิธี B_1-B_2 ของโครงข้อแข็งระนาบมีระดับความถูกต้องที่สามารถยอมรับได้และใกล้เคียงกับผลจากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SAP2000 ถ้าโครงสร้างมีคุณสมบัติเป็นไปตามข้อกำหนดใน Appendix 8 และสามารถรับแรงกระทำซึ่งทำให้กำลังรับแรงอัดของชิ้นส่วนไม่เกินกำลังรับการโก่งเดาะอิลาสติกของแต่ละชิ้นส่วนนั้นเอง

คำสำคัญ: วิธี B_1-B_2, SAP2000, การคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่ง

Abstract

The aim of this work is to study a second-order elastic analysis using amplified first-order elastic for steel planar frame structures and examine the limitations of the use of the analysis, including learning SAP2000 software techniques, and usage for the modeling, and analysis. First, the concept, and procedures of the amplified first-order elastic analysis, which is called the B_1-B_2 method mentioned in Appendix 8, AISC Specification for Structural Steel Buildings 2016 was reviewed as the basis for its application, including related articles and studies in the past. Then, the analysis using B_1-B_2 method and SAP2000 software to analyze frame examples were performed with considering relevant factors, including geometric properties of the structure and its members, soft story, types of axial forces, and magnitudes of compressive forces. The comparison between the results from the B_1-B_2 method, and SAP2000 showed some advantages and limitations in practice. The results exhibited that the B_1-B_2 method could provide second-order axial forces and bending moments of steel planar frames which were acceptably accurate and were close to the results from SAP2000, if the structures had their characteristics in accordance with the specifications in Appendix 8 and were loaded not to cause the required compressive strength of each member exceeding its elastic buckling strength.

Keywords: B_1-B_2 method, SAP2000, amplified first-order elastic analysis

1. บทนำ

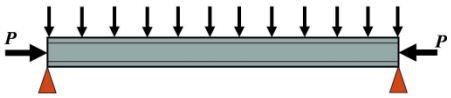
เมื่อชิ้นส่วนโครงสร้างเหล็กประเภทคาน-เสามีความชลูดและรับแรงตามแนวแกนเพิ่มมากขึ้น การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองส่งผลอย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากการวิเคราะห์ประเภทนี้ค่อนข้างซับซ้อนและไม่เป็นที่คุ้นเคยของเหล่าวิศวกรส่วนใหญ่ AISC จึงทำการคิดค้นวิธีการประมาณผลลำดับสอง (second-order effects) โดยการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งซึ่งสามารถคำนวณหาได้เรียกว่า “การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองโดยการคูณขยายผลการ

วิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่ง": ถึงแม้ว่าวิธีดังกล่าวจะให้คำตอบที่ถูกต้องและน่าพอใจ แต่ยังคงมีการวิเคราะห์บางกรณีที่มีเงื่อนไขหรือข้อจำกัดบางประการเกี่ยวกับโครงซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อการวิเคราะห์โครงสร้าง จึงมีความจำเป็นในการทบทวนหลักการและตรวจสอบผลการวิเคราะห์ขึ้นด้วยเครื่องมือที่มีความน่าเชื่อถือ เช่น โปรแกรม SAP2000 เพื่อวิเคราะห์หาสาเหตุของปัญหาที่เกิดขึ้นอันนำไปสู่การวิเคราะห์โครงสร้างที่เหมาะสม นอกจากนี้ก่อนการวิเคราะห์และตรวจสอบผลการวิเคราะห์ที่เราสนใจ จำเป็นต้องทำการศึกษาเทคนิคและวิธีการใช้โปรแกรมเพื่อให้สามารถทำการวิเคราะห์ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนหลังจากนั้นจึงจะทำการเปรียบเทียบคำตอบจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองโดยการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งกับของโปรแกรม SAP2000 แล้วจึงทำการอภิปรายประเด็นต่าง ๆ และสรุปผลการศึกษาเป็นที่สิ้นสุด

2. การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองของโครงสร้าง

2.1 หลักการและแนวคิด

การวิเคราห์อิลาสติกลำดับสองเป็นการวิเคราะห์สำหรับชิ้นส่วนโครงสร้างประเภทคาน-เสาซึ่งรับแรงตามแนวแกนและแรงดัดพร้อมกัน ดังแสดงในรูปที่ 1 โดยพิจารณาสมการสมดุลกับโครงสร้างที่มีการเสียรูป (deformed configuration of the structure)



รูปที่ 1 ตัวอย่างชิ้นส่วนโครงสร้างประเภทคาน-เสา

แรงตามแนวแกน (P) ทำให้เกิดโมเมนต์ดัดเพิ่มเติม (additional moment) มีค่าเท่ากับ $P \times \delta$ นอกเหนือจากโมเมนต์ดัดที่เกิดจากแรงกระทำตามขวาง ส่งผลให้โครงสร้าสงเกิดการโก่งตัวเพิ่มมากขึ้น การโก่งตัวที่เพิ่มขึ้นจะทำให้ได้โมเมนต์ดัดเพิ่มขึ้น แล้วจะเป็นไปอย่างนี้ซ้ำ ๆ จนกระทั่งโครงสร้างจะเข้าสู่สมดุลใหม่ จึงทำให้เรียกการวิเคราะห์ประเภทนี้ว่า iterative analysis

การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองอาจเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า P-Delta Analysis ซึ่งพิจารณาผลดังต่อไปนี้

1. $P-\delta$ effect เป็นการคิดผลของความโค้งของชิ้นส่วน (member curvature) เมื่อปลายทั้งสองด้านไม่มีการเคลื่อนที่
2. $P-\Delta$ effect เป็นการคิดผลของการเคลื่อนทางข้าง (sidesway) ของแต่ละชั้นของโครงสร้าง

ผลของ $P-\delta$ และ $P-\Delta$ effects แสดงในรูปที่ 2

2.2 การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยการคูณขยายผลจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่ง

การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองวิธีนี้มีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า วิธี B_1-B_2 (B_1-B_2 method) เป็นการประมาณผลอันดับสองโดยการคูณตัวคูณกับผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งซึ่งกล่าวถึงใน Appendix 8, AISC Specification for Structural Steel Buildings 2016 [1] ในการวิเคราห์อิลาสติกลำดับหนึ่งของโครงสร้าง สามารถจำแนกโครงสร้างที่ทำการวิเคราะห์ออกเป็น 2 โครงสร้างย่อย คือ 1. โครงสร้างที่ไม่มีการเคลื่อนที่ทางข้าง (sidesway permitted) และ 2. โครงสร้างที่มีการเคลื่อนที่ทางข้าง (sidesway) [2] แล้วสามารถคำนวณค่าแรงตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดลำดับสองได้ดังสมการที่ (1) และ (2)

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \tag{1}$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} \tag{2}$$

ตัวคูณ B_1 สำหรับ $P-\delta$ effect และตัวคูณ B_2 สำหรับ $P-\Delta$ effect แสดงดังสมการที่ (3) และ (4) ตามลำดับ

$$B_1 = \frac{C_m}{1-\alpha P_r / P_{e1}} \geq 1 \tag{3}$$

เมื่อ $\alpha = 1.0$ (LRFD); $\alpha = 1.6$ (ASD)

C_m = สัมประสิทธิ์ที่ใช้คูณกับโมเมนต์ (Equivalent uniform moment factor)

1. กรณีที่ไม่มีแรงกระทำตามขวางใด ๆ ระหว่างปลายของชิ้นส่วน

$$C_m = 0.6 - 0.4\left(M_1 / M_2\right) \tag{3.1}$$

เมื่อ $|M_1| \leq |M_2|$

M_1 / M_2 มีค่าเป็นบวก เกิดความโค้งคู่ (Double curvature)

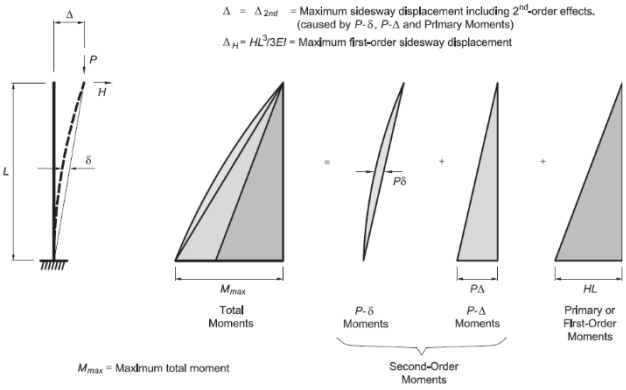
มีค่าเป็นลบ เกิดความโค้งเดี่ยว (Single curvature)

2. กรณีที่มีแรงกระทำระหว่างปลายชิ้นส่วน, Cm = 1.0 (conservative)

P_{e1} = กำลังการโก่งเดาะอิลาสติกของชิ้นส่วนโครงสร้าง (elastic critical buckling strength of the member)

$$= \frac{\pi^2 EI^*}{\left(K_1 L\right)^2} \tag{3.2}$$

เมื่อ $EI^* = 0.8\tau_b EI$ กรณีที่ถูกนำไปใช้ในออกแบบวิธี direct analysis method



รูปที่ 2 P-delta effects

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{story}}{P_{e,story}}} \geq 1 \qquad (4)$$

เมื่อ

P_{story} = ผลรวมของน้ำหนักกระทำแนวดิ่งที่แต่ละชั้นรับ (Total vertical load supported by the story)

$P_{e,story}$ = ผลรวมกำลังการโก่งเดาะอิลาสติกของเสาทุกต้นในแต่ชั้นในทิศทางการเคลื่อนที่ที่พิจารณาซึ่งหาได้จากการวิเคราะห์การโก่งตัว กรณีมีการเคลื่อนที่ทางข้าง (Sidesway buckling analysis)

$$= \sum P_{e2} = \sum \frac{\pi^2 EI^*}{(K_2 L)^2} \qquad (4.1)$$

$$= R_M \frac{HL}{\Delta_H} \qquad (4.2)$$

R_M = 0.85 กรณีที่โครงสร้างมีโครงข้อแข็งต้านแรงดัด (moment frame)

= 1.0 กรณีที่โครงสร้างไม่มีโครงข้อแข็งต้านแรงดัด

H = ผลรวมของแรงเฉือนในแต่ละชั้น

L = ความสูงชั้น

P_{mf} = ผลรวมของน้ำหนักกระทำในแนวดิ่งภายในเสาที่รองรับแต่ละชั้นซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของโครงข้อแข็งต้านแรงดัด

Δ_H = การเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างชั้นของโครงสร้าง (interstory drift)

2.3 โปรแกรม CSI SAP2000

โปรแกรม SAP2000 เป็นซอฟต์แวร์สำเร็จ (software package) ที่ถูกคิดค้นและพัฒนาโดย Computers and Structures, Inc. สำหรับการวิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างทั่วไป ซอฟต์แวร์สำเร็จนี้เป็นการรวมระบบการทำงานสำหรับการสร้างแบบจำลอง (modeling) การวิเคราะห์ (analyzing) การออกแบบ (designing) และการหาค่าเหมาะที่สุด (optimization) การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองในโปรแกรมนี้จะเป็นการวิเคราะห์ลาสติกลำดับสองโดยตรง (rigorous second-order elastic analysis) ซึ่งจะพิจารณาความไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิต (geometric nonlinearity) และคำนวณแบบทำซ้ำ (iterative process) ทฤษฎี หลักการและข้อกำหนดที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์และออกแบบต่าง ๆ สามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก CSI analysis reference manual for SAP2000®, ETABS®, SAFE®, and CSiBridge® และ CSI Analysis Verification Examples

3. ระเบียบวิธีการศึกษา

ขั้นตอนการศึกษาต่าง ๆ แสดงดังต่อไปนี้

3.1 การสืบค้นข้อมูลการศึกษาในอดีต

การค้นคว้าและศึกษาบทความและงานวิจัยที่มีประเด็นเกี่ยวข้องกับแนวคิดและพัฒนาการของวิธีการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองต่าง ๆ ที่ผ่านมาจากฐานข้อมูล Google Scholar รวมถึงฐานข้อมูลอื่น ๆ ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยได้ลิขสิทธิ์จากผู้ให้บริการฐานข้อมูลต่างประเทศ เช่น ScienceDirect Scopus เป็นต้น

3.2 การศึกษาหลักการและวิธีการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยวิธีการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่ง

การศึกษานิยาม หลักการ และแนวคิดของสูตรและวิธีการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยการคูณขยายผลจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งซึ่งอธิบายไว้ใน Appendix 8 ของ AISC Specification for Structural Steel Buildings 2016 รวมถึงคู่มือและหนังสืออื่น ๆ ที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างเหล็ก นอกจากนี้สามารถทำการศึกษาจากการฟังบรรยายในวิดีทัศน์เรื่อง Stability Design of Steel Structures – Applying Modern Methods of Structural Analysis; Session 4: Second-Order Elastic Analysis – Getting it Right โดย Prof. Donald W. White, Ph.D. ซึ่งจัดโดย AISC Continuing Education [3]

3.3 การศึกษาเทคนิคและวิธีการใช้งานโปรแกรม SAP2000

การศึกษาการใช้งานโปรแกรม SAP2000 ผ่านคู่มือและสื่อวิดีทัศน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสอง

3.4 การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยวิธีการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งและโปรแกรม SAP2000 ของตัวอย่างโครงข้อแข็งระนาบเหล็ก

การศึกษาผลกระทบของปัจจัยซึ่งจะนำมาพิจารณาในแต่ละตัวอย่างโครงสร้างที่เลือกมา ประกอบด้วย 1. คุณลักษณะเชิงเรขาคณิตของโครงสร้าง (geometric properties) 2. ชั้นอ่อนของโครงสร้าง (soft story) 3. ชนิดแรงตามแนวแกนของชิ้นส่วน (types of axial forces) และ 4. ขนาดของแรงอัดในชิ้นส่วนโครงสร้าง (levels of compressive forces)

ก่อนการทำการวิเคราะห์ เราสามารถทำการตรวจสอบความถูกต้องในการทำงานของโปรแกรม SAP2000 ได้จากการวิเคราะห์โครงสร้างตัวอย่างจาก CSI Analysis Verification Examples ในประเด็นที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่สนใจ เช่น ตัวอย่างที่ 1-016 Tension Stiffening Using P-Delta Analysis [4]

การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองของโครงสร้างหนึ่งหรือสองมิติใด ๆ ด้วยโปรแกรม SAP2000 มีรายละเอียดของขั้นตอนแสดงดังต่อไปนี้

1. เปิดโปรแกรม SAP2000 โดยจะต้องเข้ารหัส VPN ของมหาวิทยาลัยทุกครั้งเมื่อใช้งาน
2. เลือก New model และชนิดแบบจำลอง: Grid only พร้อมหน่วยของแรงและความยาว
3. คลิกขวาบริเวณพื้นที่ว่ Edit Grid Data เลือก Modify/Show System เพื่อแก้ไขมิติของตารางกริดให้สอดคล้องกับของโครงสร้างที่ต้องการวิเคราะห์
4. ไปที่ Define แล้วเลือก Materials เพื่อกำหนดชนิดและคุณสมบัติของวัสดุ เช่น มอดุลัสของสภาพยืดหยุ่น (modulus of elasticity)

และ Section Properties แล้วเลือก Frame Sections และไปที่ Import Property กรณีเลือกหน้าตัดของชิ้นส่วนโครงสร้างตามมาตรฐานที่กำหนด หรือ Add New Property กรณีกำหนดชนิดและขนาดของหน้าตัด

5. ไปที่ Define เลือก Load Patterns แล้วตั้งชื่อ ประเภท และพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับแรงกระทำที่ต้องการตามตัวอย่างของโครงสร้างที่ศึกษา
6. ไปที่ Define เลือก Load Combination เพื่อระบุ Load Patterns และตัวคูณน้ำหนัก (load factor) ให้สอดคล้องตามมาตรฐานการออกแบบที่กำหนด
7. กดเลือก Draw Frame/Cable เพื่อลากเส้นบนตารางกริดสำหรับสร้างแบบจำลอง
8. กำหนดจุดรองรับ (support) ของโครงสร้าง โดยคลิกที่ Assign เลือก Restraints แล้วทำการเลือกชนิดหรือเงื่อนไขขอบ (boundary condition) ของจุดรองรับ
9. คลิกเลือกชิ้นส่วนที่ต้องการใส่แรงกระทำ แล้วเลือก Assign ถ้าแรงกระทำระหว่างปลายของชิ้นส่วนโครงสร้างเป็นแรงแบบจุด (point load) หรือแรงแบบกระจาย (distributed load) ให้ไปที่ Frame Loads >>> Point หรือ Distributed Loads ตามลำดับ แต่ถ้ามีแรงกระทำบริเวณจุดต่อระหว่างชิ้นส่วน กดเลือก Joint Loads >>> Forces หลังจากนั้นเติมขนาดและทิศทางของแรง พร้อมหน่วยให้ถูกต้อง แล้วกด Apply
10. ในกรณีการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองซึ่งเป็นการวิเคราะห์ประเภทไม่เชิงเส้น (nonlinear static analysis) ให้ทำตามขั้นตอนที่ 6 แล้วคลิกปุ่ม Convert Combos to Nonlinear Cases แล้วเลือก Load Combination ที่ต้องการ แล้วกด OK.
11. ไปที่ Assign >>> Frame >>> Automatic Frame Mesh แล้วเลือกและเติมค่า Minimum Number of Segments ตามที่ต้องการเพื่อคิดผลของความโค้งของโครงสร้างหรือ P-delta effect
12. คลิกเลือก Analyze >>> Set Analysis Options กด OK. แล้วกด Run Analysis เพื่อทำการวิเคราะห์โครงสร้าง
13. หลังจากวิเคราะห์โครงสร้างแล้วเสร็จ สามารถดูผลการวิเคราะห์ได้จาก main menu bar หรือไปที่ Display >>> Show Tables แล้วเลือกผลการวิเคราะห์ที่ต้องการแสดง เช่น การเคลื่อนตัว (displacement) แรงตามแนวแกน (axial force) โมเมนต์ภายใน (bending moment) แรงปฏิกิริยา (support reaction) เป็นต้น

การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งสามารถทำการคำนวณได้ด้วยมือโดยอ้างอิงสูตรและวิธีการวิเคราะห์จาก Appendix 8 ใน AISC Specification for Structural Steel Buildings ปี 2016

3.5 การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยวิธีการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งและด้วยโปรแกรม SAP2000

ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองของโครงสร้างจากทั้งสองวิธีในแต่ละตัวอย่างซึ่งแสดงตัวแปรที่สนใจนั้นจะถูกนำมาเปรียบเทียบเพื่อหาความแตกต่างระหว่างกันและแนวโน้มของผลกระทบอันเนื่องมากจากการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรเหล่านี้

3.6 การอภิปรายผล

พิจารณาความแตกต่างระหว่างผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งเทียบกับผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยโปรแกรม SAP2000 โดยอ้างอิงเกณฑ์เกี่ยวกับระดับความถูกต้องดังแสดงใน Acceptance Criteria – Methodology, CSI Analysis Verification Examples

3.7 การสรุปผล

4. การวิเคราะห์ รายงานผล และอภิปรายผลการศึกษา

การศึกษาผลกระทบของปัจจัยต่าง ๆ อันได้แก่ **คุณสมบัติเชิงเรขาคณิตของโครงสร้าง ชั้นอ่อนของโครงสร้าง ชนิดแรงตามแนวแกนของชิ้นส่วนของโครงสร้าง และขนาดของแรงอัดในชิ้นส่วนโครงสร้าง** ต่อการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยโปรแกรม SAP2000 และวิธีการคูณขยายผลจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองของโครงข้อแข็งระนาบเหล็ก (สามารถดูรายละเอียดของการคำนวณและอภิปรายผลได้ในบทที่ 4 ของรายงานฉบับสมบูรณ์)

5. การสรุปผลการศึกษา

1. การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งและลำดับสองของโครงสร้างด้วยโปรแกรม SAP2000 ตามขั้นตอนในหัวข้อ 3.4 บทที่ 3 จะให้คำตอบที่ละเอียดและถูกต้อง
2. คุณสมบัติเชิงเรขาคณิตของโครงสร้าง: เมื่อโครงข้อแข็งระนาบมีจำนวนช่วง ชั้น หรือความสูงแต่ละชั้นเพิ่มมากขึ้น การวิเคราะห์อิลาสติกด้วยการคูณขยายผลจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งยังคงให้คำตอบที่ถูกต้องและยอมรับได้
3. ชนิดของแรงตามแนวแกน: การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยวิธีการคูณขยายผลจากการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งจะให้คำตอบที่ถูกต้องหรือใกล้เคียงก็ต่อเมื่อชิ้นส่วนของโครงสร้างที่ รับแรงอัดและแรงดัดเท่านั้น
4. ขนาดของแรงอัดในชิ้นส่วนโครงสร้าง: ไม่ควรใช้การวิเคราะห์อิลาสติกลำดับสองด้วยวิธีการคูณขยายผลการวิเคราะห์อิลาสติกลำดับหนึ่งกับชิ้นส่วนหรือโครงสร้างที่รับน้ำหนักบรรทุกใช้งานซึ่งก่อให้เกิดแรงอัดภายในชิ้นส่วนของโครงสร้างเหล่านั้นที่เพิ่มมากขึ้นและเข้าใกล้ค่าแรงอัดวิกฤติของชิ้นส่วนนั้น (P_e)

เอกสารอ้างอิง

[1] Committee of American Institute of Steel Construction, Institute. Appendix 8: Approximate second-order analysis. In: Specification for structural steel buildings. Illinois, USA: American Institute of Steel Construction, 2016, 249-251.

[2] Committee of American Institute of Steel Construction, Institute. Commentary appendix 8: Approximate second-

order analysis. In: Specification for structural steel buildings. Illinois, USA: American Institute of Steel Construction, 2016, 579-585.

[3] White, D. W. Second-order elastic analysis. [YouTubeTH]. 2022 [citd 2022 May 5]. Available from: https://www.youtube.com/watch?v=MtjnHpW46-E

[4] Committee of Computers & Structures, Inc. Incorporation. Analysis examples, Frame 1-1016: Tension stiffening using P-Delta analysis. In: CSI analysis verification expands for SAP2000® and CSiBridge® version 21, 1978-2018. USA: Computers & Structures, Inc.